



Hands-on SHARC 2116x 1-day course

Filtraggio FIR dalla teoria alla pratica

Angelo Farina

Università di Parma

farina@unipr.it

[HTTP://pcfarina.eng.unipr.it](http://pcfarina.eng.unipr.it)

Prendere nota

Programma

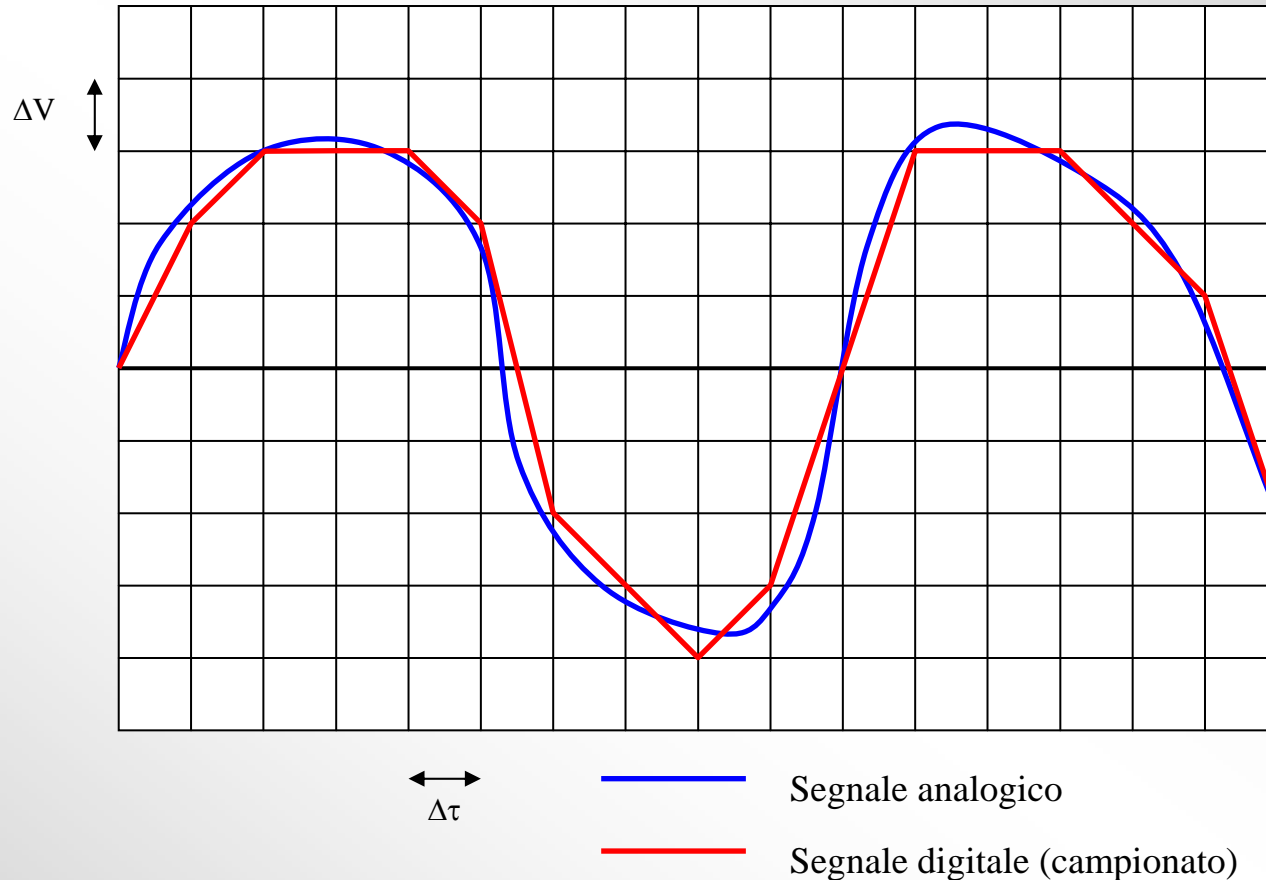
- 11:00-11:30 Teoria del campionamento
- 11:30-12:00 Segnali, sistemi, filtri
- 12:00-12:30 Misura della risposta all'impulso e calcolo del filtro inverso
- 12:30-13:00 Esempio di utilizzo per l'equalizzazione di un altoparlante
- 14:30-18:00 Ciascun partecipante ripete l'esempio

Campionamento

- ❑ Campionare un segnale elettrico significa determinare il suo valore ad intervalli prefissati di tempo.
- ❑ La frequenza di campionamento (f_c) è il numero di campioni ottenuti in 1 secondo
- ❑ Inoltre il valore ottenuto è noto solo con precisione finita, causa il “numero di bit” del convertitore, che è limitato (tipicamente compreso fra 16 e 24)

- Conseguentemente, su un piano ampiezza-tempo, la forma d'onda analogica è approssimata da una serie di punti giacenti sui nodi di un reticolo

Discretizzazione in ampiezza e nel tempo



Puo' il segnale campionato rappresentare “fedelmente” quello originale?

- Sì, ma solo se si rispetta il teorema di Shannon:

“La frequenza di campionamento deve essere almeno doppia della frequenza del segnale analogico che viene campionato”

La frequenza pari a metà di f_c viene detta “frequenza di Nyquist” – onde evitare che segnali a frequenza maggiore di essa siano presenti all’ingresso del campionatore, occorre un filtro analogico passa-basso che elimini ogni segnale al di sopra della frequenza di Nyquist. Tale filtro viene detto “anti Aliasing”.

ESEMPI

- ❑ CD audio – $f_c = 44.1$ kHz – risoluzione 16 bit

La frequenza di Nyquist è dunque pari a 22.05 kHz, ed il filtro anti-aliasing comincia a tagliare attorno ai 20 kHz, affinché a 22.05 kHz il segnale sia attenuato di un'ottantina di dB.

- ❑ Registratore DAT – $f_c = 48$ kHz – risoluzione 16 bit

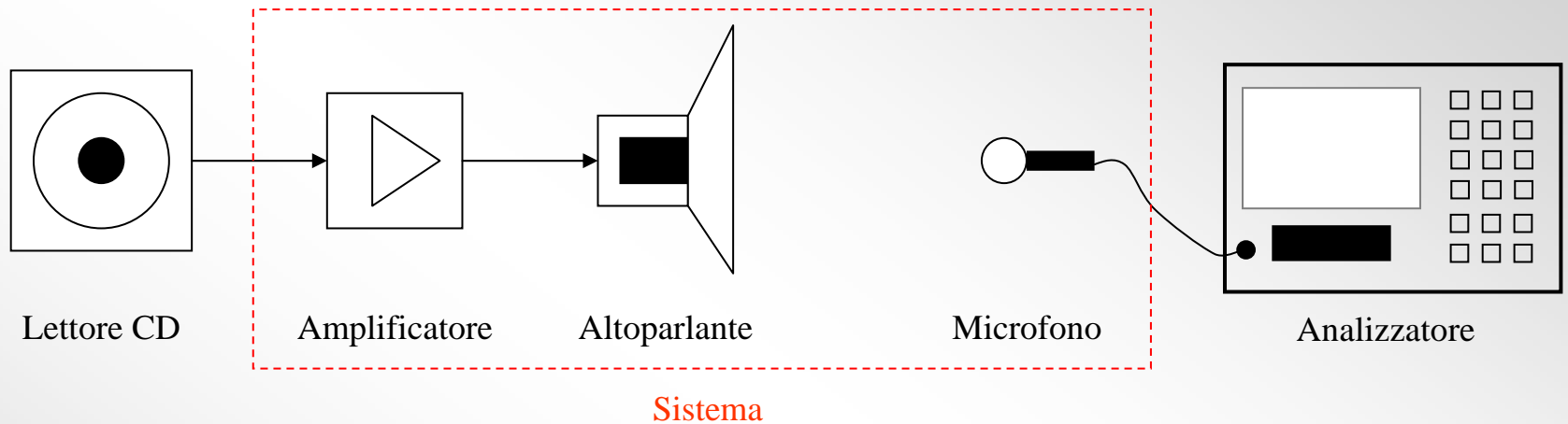
La frequenza di Nyquist è dunque pari a 24 kHz, ed il filtro anti-aliasing comincia a tagliare sempre attorno ai 20 kHz, affinché a 24 kHz il segnale sia attenuato di un'ottantina di dB.

- ❑ DVD Audio – $f_c = 96$ kHz – risoluzione 24 bit

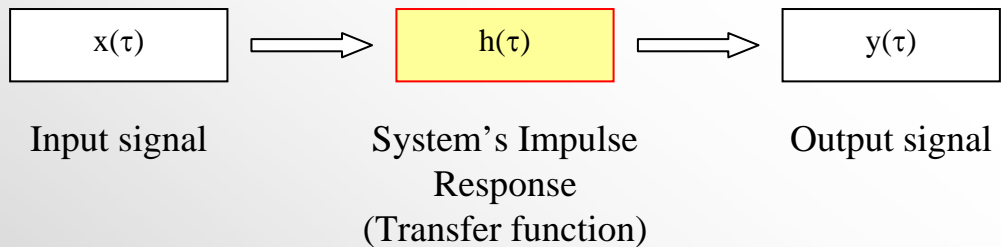
La frequenza di Nyquist è dunque pari a 48 kHz, ma il filtro anti-aliasing comincia a tagliare attorno ai 24 kHz, affinché a 48 kHz il segnale sia attenuato di oltre 120 dB. Un filtro siffatto è molto meno ripido di quello del CD o del DAT, e conseguentemente è molto più “corto” nel tempo e non distorce la forma d'onda.

Un semplice sistema lineare

Sistema fisico (un ingresso, una uscita)



Schema a blocchi



Rappresentazione con segnali campionati

$$x(\tau) = x(i \cdot \Delta\tau) \quad h(\tau) = h(i \cdot \Delta\tau) \quad y(\tau) = y(i \cdot \Delta\tau)$$

L'effetto del sistema lineare h sul segnale x è descrivibile tramite l'operazione di convoluzione discretizzata:

$$y(i) = \sum_{j=0}^{N-1} x(i-j) \cdot h(j)$$

Tale operazione si chiama anche filtraggio FIR – quindi qualunque sistema fisico che opera linearmente (senza distorsione) è in realtà un filtro FIR. In notazione compatta:

$$y(i) = x(i) \otimes h(j)$$

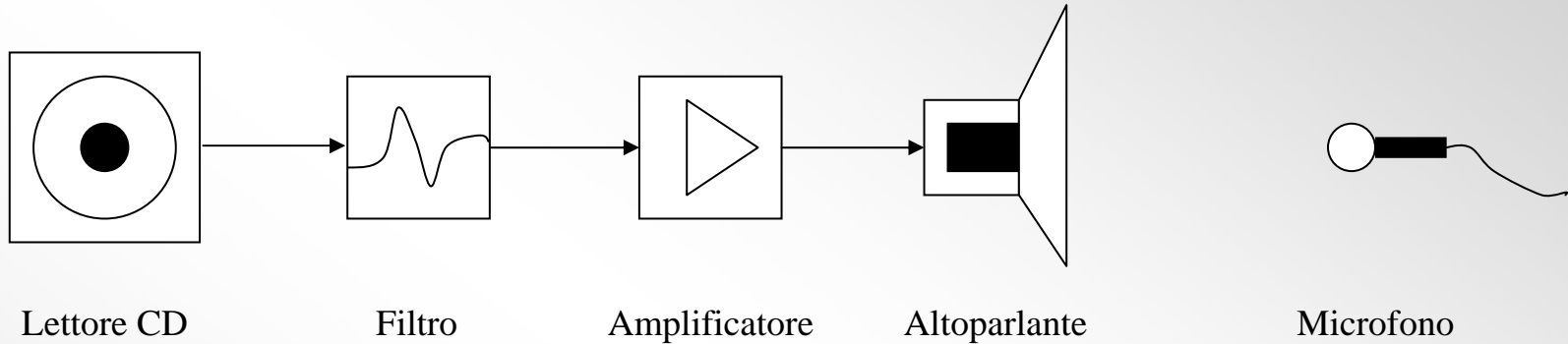
Operatore “convoluzione”

Sistema “lineare”, distorsione

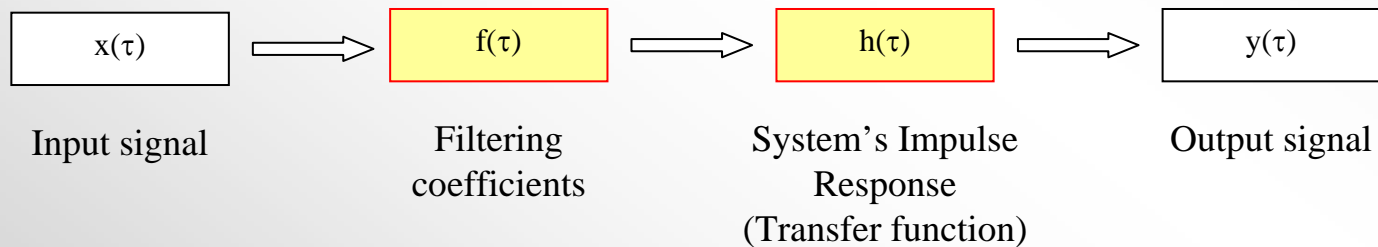
- ❑ Occorre chiarire cosa si intende con un sistema “lineare”:
- ❑ Per linearità si intende il fatto che sia valida la sovrapposibilità degli effetti: un sistema è lineare se, per qualsiasi coppia di segnali arbitrari A e B , l'uscita del sistema alimentato con il segnale somma $A+B$ è identica alla somma delle uscite ottenute quando il sistema era alimentato rispettivamente con il solo segnale A o B
- ❑ Quindi una eventuale alterazione della risposta in frequenza, o la presenza di ritardi, eco e riverbero, di per se non inficiano l'ipotesi di linearità. Tali effetti non sono dunque da considerare “distorsione” del segnale.
- ❑ Per distorsione si intende infine una alterazione del segnale tale da non rispettare l'ipotesi di linearità – quindi ad esempio un sistema la cui risposta dipenda dall'ampiezza del segnale in ingresso (ad esempio un compressore o un espansore di dinamica, oppure un limiter) – La distorsione appare evidente allorchè si utilizza un segnale sinusoidale in ingresso, in quanto in uscita appaiono anche frequenze multiple di quella di partenza.

Un sistema lineare con filtro di correzione

Sistema fisico (un ingresso, una uscita)



Schema a blocchi



Effetto combinato filtro+systema

Trattandosi di operatori lineari, si può scrivere:

$$y(i) = x(i) \otimes f(j) \otimes h(l)$$

Sovente lo scopo del filtro è quello di “equalizzare” la risposta del sistema, cosicchè il segnale in uscita $y(t)$ sia identico al segnale in ingresso $x(t)$. Affinchè ciò accada, deve risultare che:

$$f(j) \otimes h(l) \Rightarrow \delta(i)$$

In cui $\delta(i)$ + la funzione Delta di Dirac (un solo campione di valore unitario preceduto e seguito da tanti zeri) – in tale modo il passaggio attraverso filtro+systema si traduce in semplice ritardo nel tempo, senza altra alterazione del segnale

Possibili strategie di progettazione di un filtro equalizzatore

- ❑ **Mourjopoulos** – ricerca con il metodo dei minimi quadrati di una risposta all'impulso che, convoluta con quella del segnale di partenza, renda il risultato massimamente simile ad una Delta di Dirac (metodo molto lento ed ormai obsoleto)
- ❑ **Neely & Allen** – si passa nel dominio della frequenza, e si crea un filtro tale che il modulo della sua risposta in frequenza compensi perfettamente la risposta in frequenza del sistema. Tale filtro viene generato con uno spettro fatto di soli valori reali (si dice che è “a fase minima”), cosa che dà luogo, tornando nel dominio del tempo, ad una risposta all'impulso simmetrica.
- ❑ **Nelson & Kirkeby** – si opera ancora nel dominio della frequenza, ma a ciascuna frequenza si prende il reciproco del valore complesso della funzione di trasferimento del sistema, aggiungendo a denominatore una piccola quantità positiva (parametro di regolarizzazione) onde limitare eventuali picchi troppo alti.

Teoria del filtraggio inverso di Kirkeby

- Step 1 – si trasforma la risposta all'impulso del sistema tramite una operazione di FFT:

$$H(\omega) = \text{FFT}[h(\tau)]$$

- Step 2 – si fa il reciproco (complesso) a ciascuna frequenza:

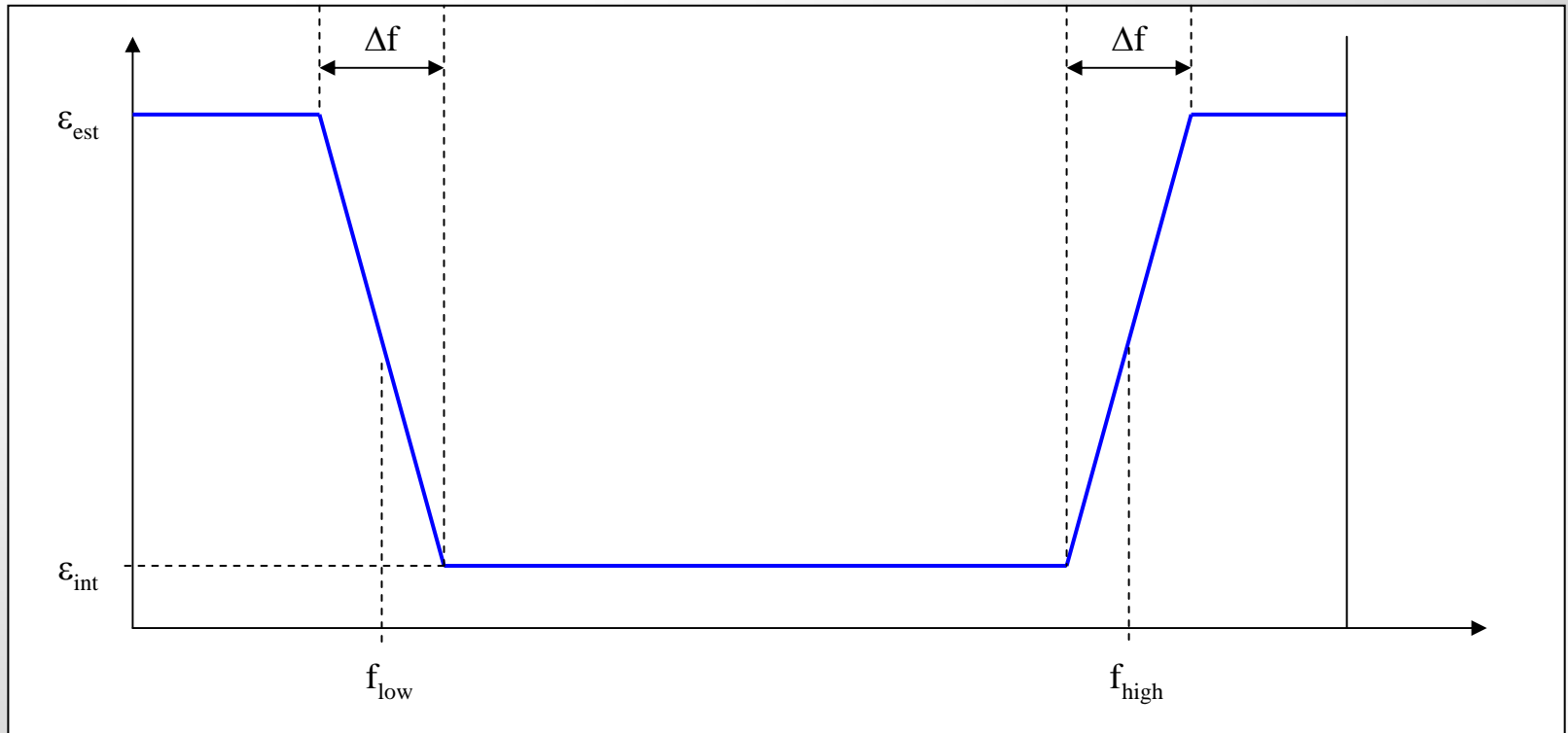
$$F(\omega) = \frac{\text{Conj}[H(\omega)]}{\text{Conj}[H(\omega)] \cdot H(\omega) + \varepsilon(\omega)}$$

- Step 3 – si antitrasforma e si torna nel dominio del tempo:

$$f(\tau) = \text{IFFT}[F(\omega)]$$

Parametro di regolarizzazione

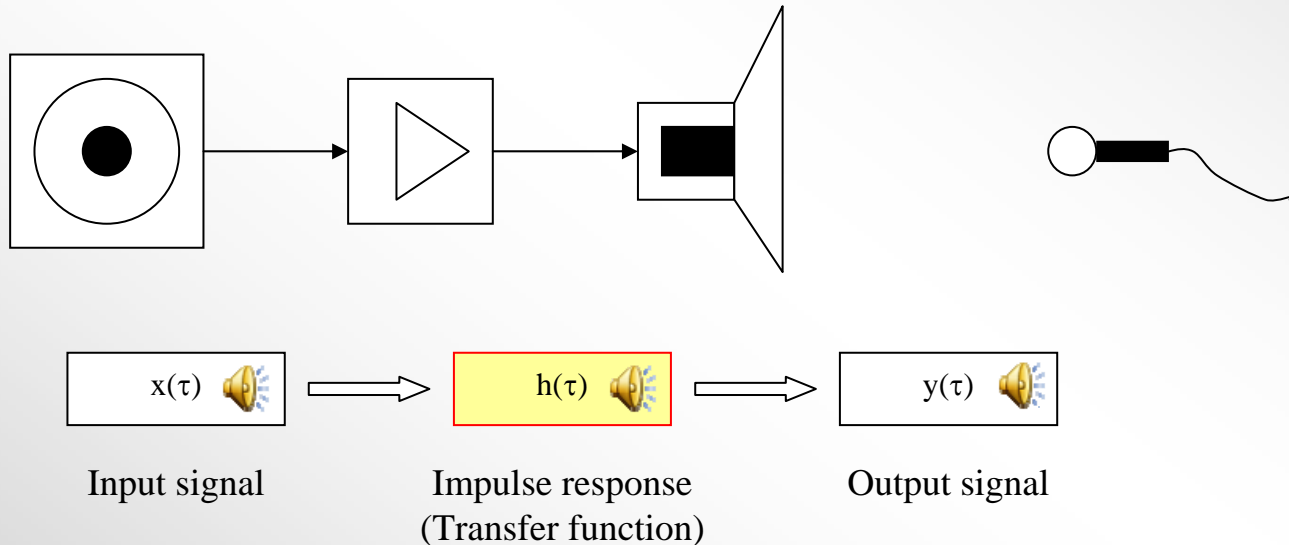
Parametro di regolarizzazione $\varepsilon(\omega)$ variabile con la frequenza



Il parametro di regolarizzazione variabile consente di avere un filtraggio inverso molto accurato nel campo di frequenze intermedie, evitando di sprecare potenza di calcolo e range dinamico per cercare di equalizzare le bande estreme a frequenza molto bassa e molto alta, ove comunque i trasduttori non rispondono.

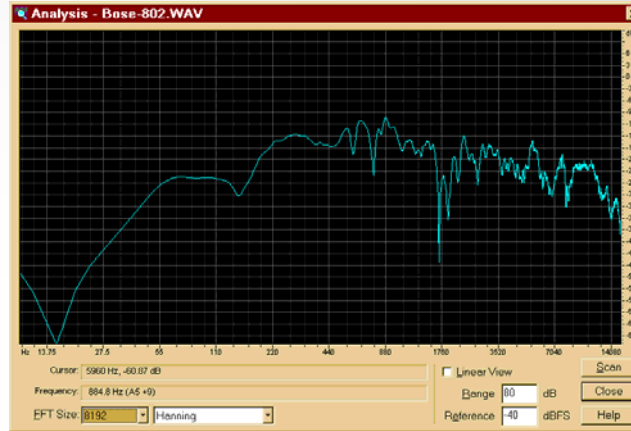
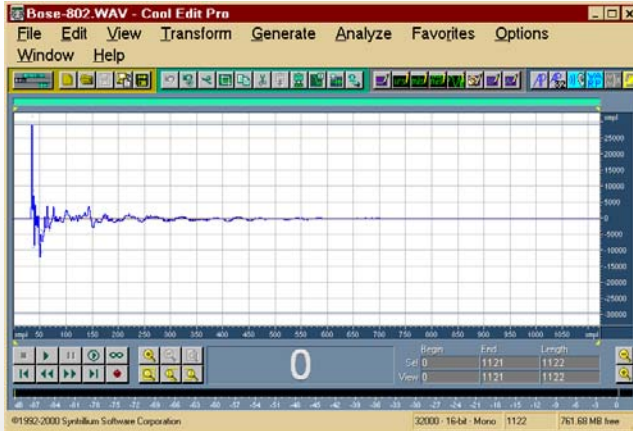
Che differenza c'è fra un segnale, un sistema ed un filtro?

- ❑ Nel dominio dei segnali campionati, **NON C'E' NESSUNA DIFFERENZA!**
- ❑ Infatti si tratta sempre di “files WAV”, che possiamo ascoltare allo stesso modo.

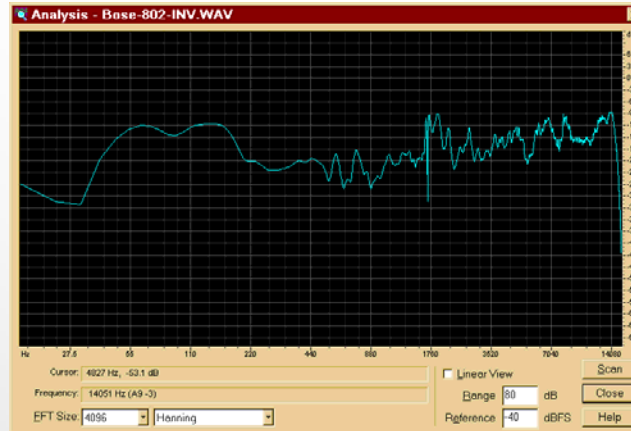


Esempio di sistema con filtro equalizzatore

□ Risposta all'impulso del sistema

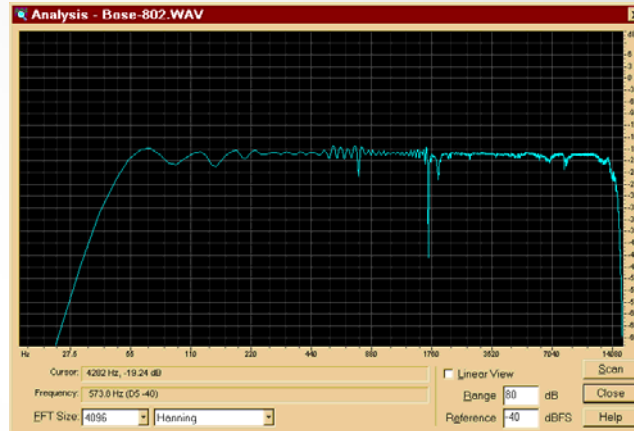
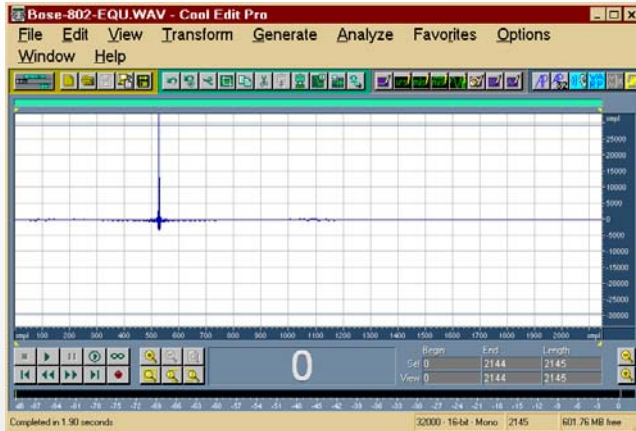


□ Filtro inverso

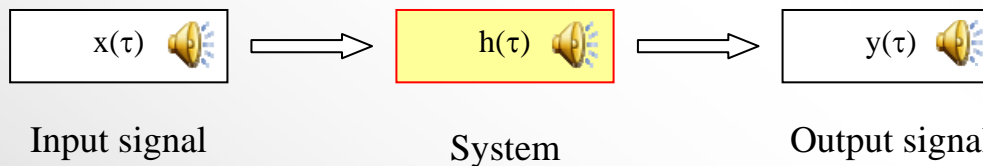


Esempio di sistema con filtro equalizzatore

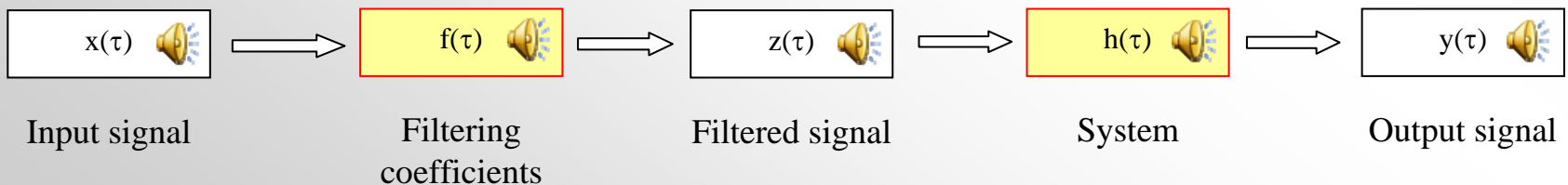
- Convoluzione del filtro inverso con la risposta del sistema



Sistema non filtrato

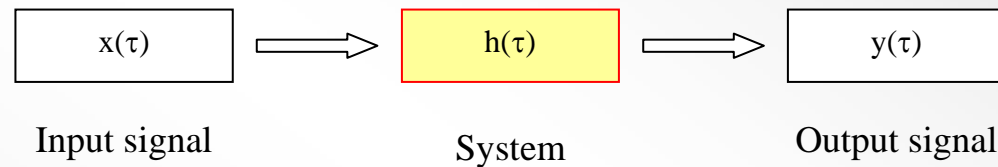


Effetto del filtraggio equalizzatore



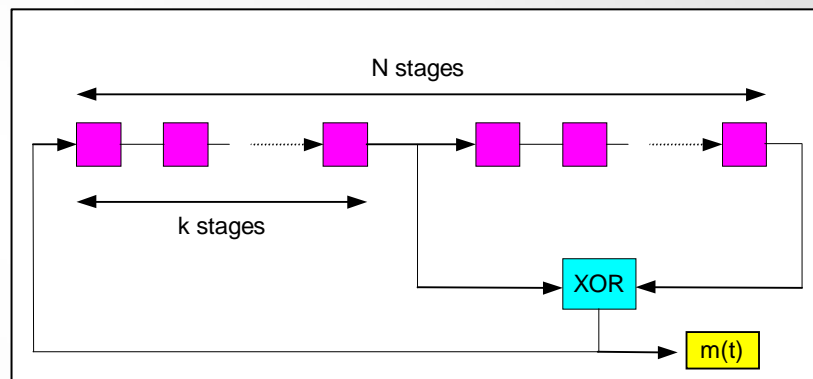
Misura della risposta all'impulso di un sistema

- L'ipotesi di base è quella di conoscere sia il segnale in ingresso $x(\tau)$, sia il segnale di uscita $y(\tau)$

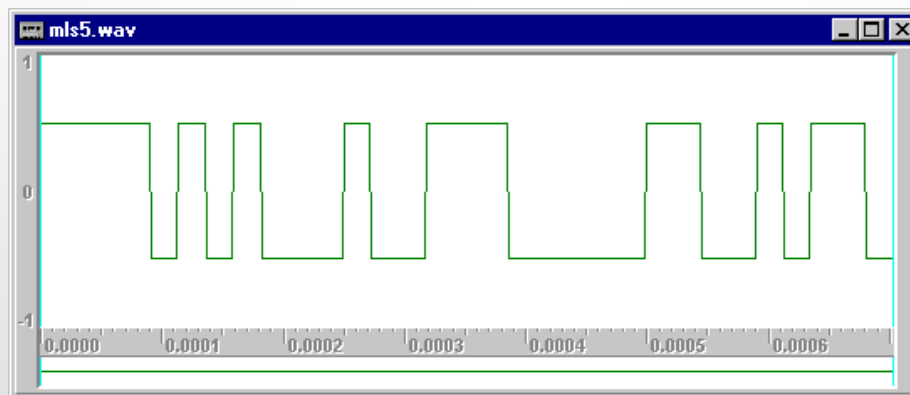


- Per ricavare la risposta all'impulso $h(\tau)$ si usano tipicamente due metodi:
 - Crosscorrelazione di $x(\tau)$ con $y(\tau)$
 - Deconvoluzione nel dominio della frequenza
- La prima tecnica richiede l'impiego di un segnale di eccitazione con spettro "bianco", tipicamente si usa il segnale MLS
- Nel caso della seconda tecnica si usa invece solitamente un segnale sinusoidale di frequenza variabile ("sweep")

La tecnica MLS (1)



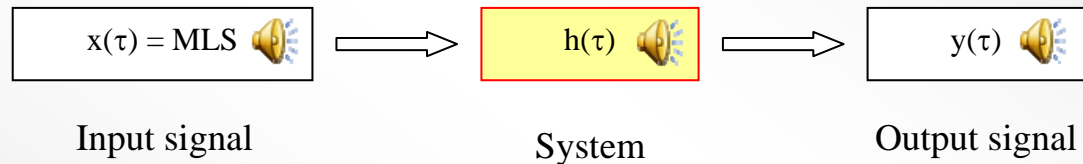
- ❑ Il segnale MLS (Maximum Length Sequence) è un segnale binario (l'ampiezza assume solo due valori discreti), generato con uno “shift register”



- ❑ La figura mostra un segnale MLS di ordine 5, che ha un periodo di 2^5-1 campioni, cioè $N = 31$ campioni – il segnale è deterministico e periodico

La tecnica MLS (2)

- ❑ La principale caratteristica del segnale MLS è che la sua funzione di autocorrelazione è una Delta di Dirac perfetta.
- ❑ Se pertanto si alimenta un sistema con il segnale MLS, crosscorrelando il segnale di eccitazione con la risposta del sistema si trova la risposta all'impulso dello stesso.

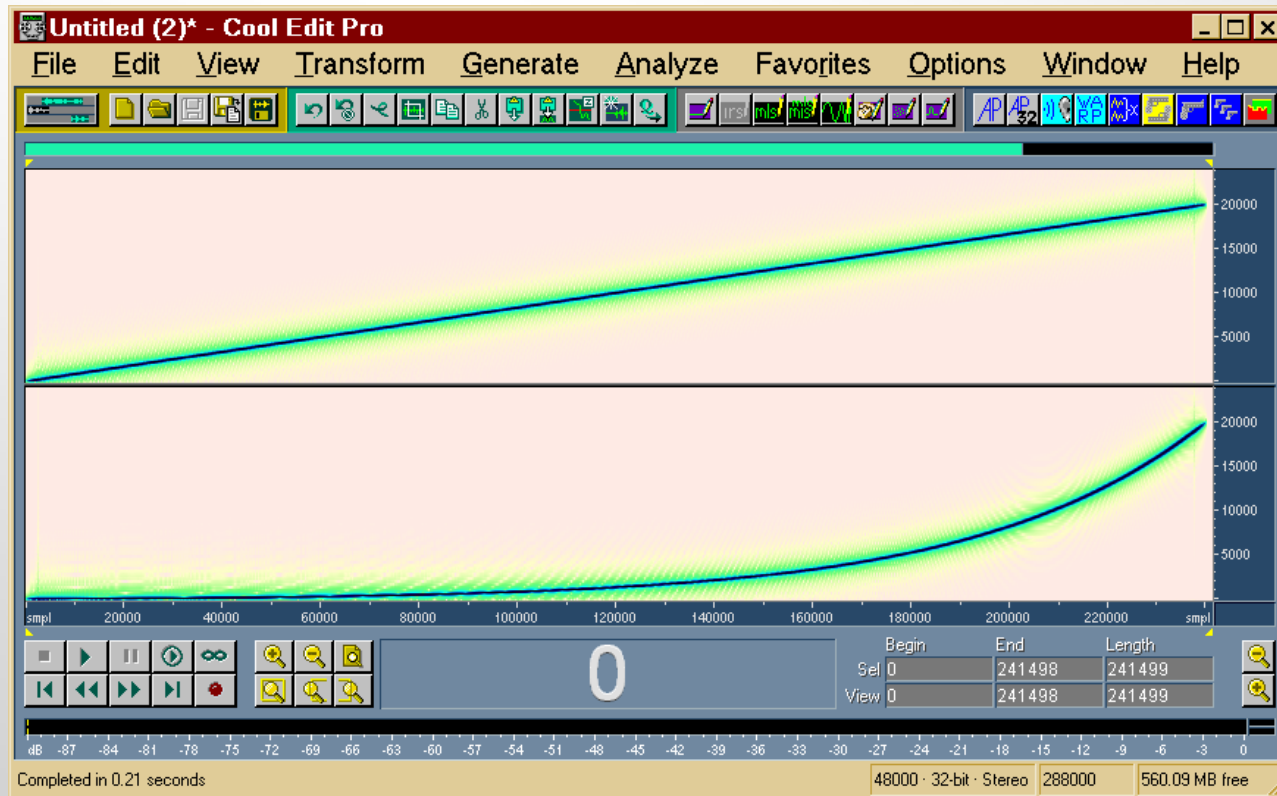


$$h(\tau) = x(\tau) \otimes y(-\tau)$$

- ❑ Trattandosi di un segnale binario, l'operazione di cross-correlazione può venire implementata in modo computazionalmente efficiente tramite la trasformata veloce di Hadamard, direttamente nel dominio del tempo, che richiede soltanto $N \cdot \log_2 N$ somme

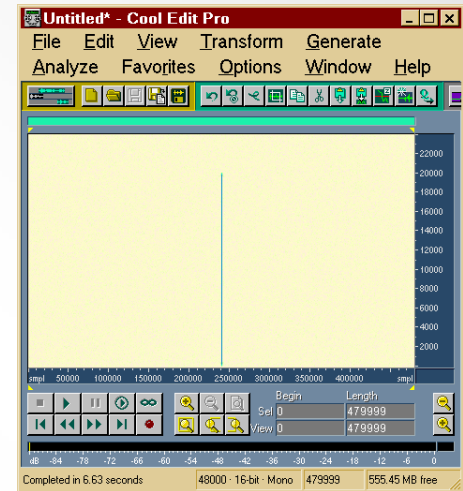
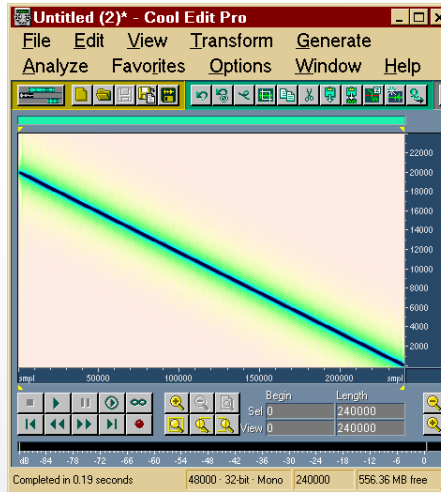
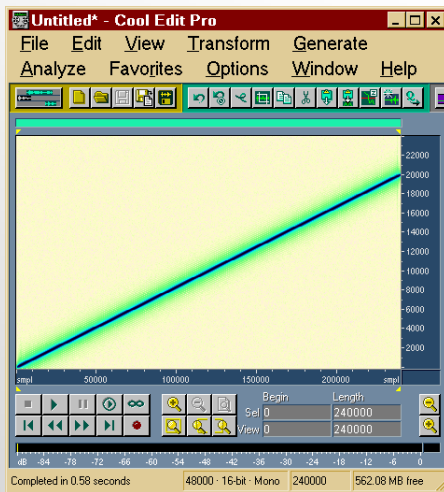
La tecnica dello “sweep” (1)

- Si parte da un segnale di eccitazione sinusoidale, la cui frequenza viene fatta variare nel tempo, con legge lineare (“sweep lineare” o TDS) oppure esponenziale “sweep logaritmico”): nel primo caso lo spettro del segnale di eccitazione è bianco, nel secondo è rosa.



La tecnica dello “sweep” (2)

- Si alimenta il sistema con il segnale sweep. Si campiona la risposta dello stesso. Infine si ottiene la risposta all’impulso convolvendo tale risposta del sistema, con un opportuno filtro inverso, che è derivato dal segnale di eccitazione stesso, invertito nel tempo ed eventualmente equalizzato (se era uno sweep logaritmico, occorre una rampa a crescere di 6dB/ottava)



CoolEdit e Aurora

- ❑ **CoolEdit è un programma di registrazione e riproduzione dei suoni, dotato di numerosissime funzioni di filtraggio ed editing dei segnali campionati**
- ❑ **A CoolEdit possono essere facilmente aggiunte nuove funzioni, tramite lo sviluppo di moduli addizionali , detti in gergo “plugins” (tecnicamente sono delle DLL) che implementano funzioni specifiche di generazione dei segnali o di elaborazione numerica degli stessi.**
- ❑ **Onde facilitare la misurazione delle risposte all’impulso e la realizzazione di sistemi di filtraggio digitale, è stata sviluppata una libreria di moduli addizionali denominata AURORA.**
- ❑ **Sia CoolEdit che Aurora sono shareware, e sono scaricabili da Internet agli indirizzi:**
 - www.syntrillium.com
 - www.ramsete.com/aurora

Principali moduli di Aurora



Generate MLS signal



Generate sine sweep



Deconvolve MLS signal



Convolve with clipboard



Cross Functions



Design spectrum flattening filter (Neely & Allen, minimum phase)



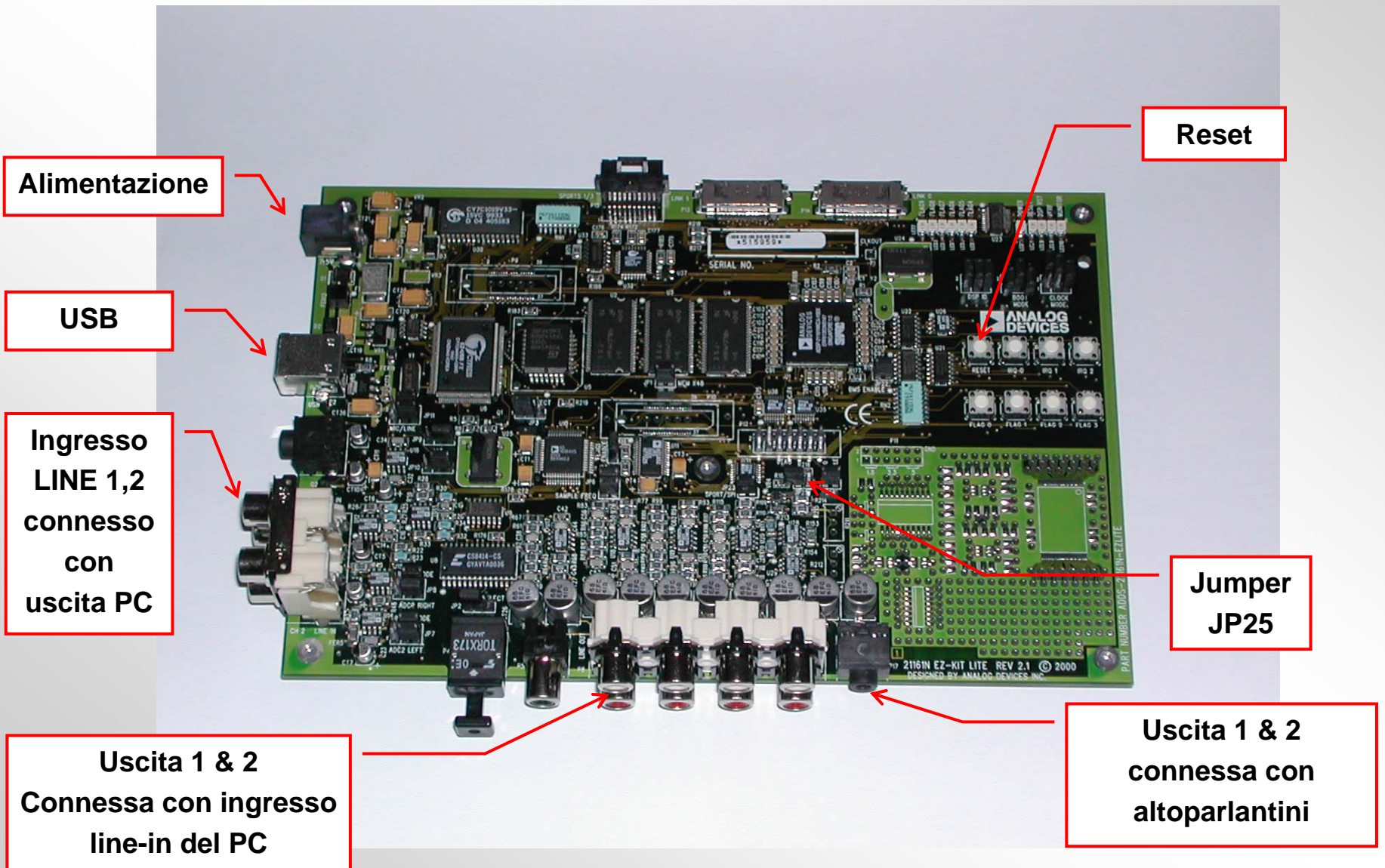
Design inverse filter (Mourjopoulos, least squares in time domain)



Design Kirkeby inverse filter (complex inversion in frequency domain with regularization)

- ❑ **La presentazione prosegue ora utilizzando “dal vivo” i programmi CoolEdit & Aurora, al fine di misurare la risposta di un altoparlante e di precalcolare i coefficienti del filtro inverso, che andranno poi caricati sulla scheda DSP**

Connessioni scheda EZ-Kit 21161N



Sistema *hardware* completo utilizzato

