Decibel,

somma di livelli

Angelo Farina
Dipartimento di Ingegneria Industriale - Università degli Studi di Parma

Livelli sonori – scala dei decibel

Cosa sono i decibel e perché si usano?:

Le potenze e le intensità sonore associate ai fenomeni che l'orecchio dell'uomo può percepire hanno un'*ampia dinamica*:

- 1 pW/m^2 (soglia dell'udibile) ÷ 1 W/m^2 (soglia del dolore)
- 20 μPa (soglia dell'udibile) ÷ 20 Pa (soglia del dolore)

Per questo motivo si fa uso di una scala logaritmica, nella quale, al valore della grandezza in esame, si fa corrispondere il logaritmo del rapporto tra quello stesso valore ed un valore prefissato di "riferimento".

Il vantaggio che deriva dall'uso della scala del decibel consiste nella evidente riduzione del campo di variabilità ⇒ riduzione della dinamica;

Si definisce **livello di pressione sonora** *"L_p"* la quantità:
- $\mathbf{L_p} = 10 \log p^2/p_{rif}^2 = 20 \log p/p_{rif}$ (dB) @ $p_{rif} = 20$ μPa

Si definisce **livello di velocità sonora** *"L_v"* la quantità:
- $\mathbf{L_v} = 10 \log v^2/v_{rif}^2 = 20 \log v/v_{rif}$ (dB) @ $v_{rif} = 50$ nm/s.

Si definisce **livello di intensità sonora** *"L_I"* la quantità:
- $\mathbf{L_I} = 10 \log I/I_{rif}$ (dB) @ $I_{rif} = 10^{-12}$ W/m^2.

Si definisce **livello di densità sonora** *"L_D"* la quantità:
- $\mathbf{L_D} = 10 \log D/D_{rif}$ (dB) @ $D_{rif} = 3 \cdot 10^{-15}$ J/m^3.

Nel caso di onde piane, in un mezzo in quiete non viscoso ($\rho_o c_o$ = 400 rayl):
- $p/u = \rho_o c_o$ $I = p^2/\rho_o c_o = D \cdot c_0$ => quindi $\mathbf{L_p = L_v = L_I = L_D}$

Si definisce infine **livello di potenza sonora *"L_W"*** la quantità:

- $L_W = 10 \log W/W_{rif}$ (dB) @ $W_{rif} = 10^{-12}$ W.

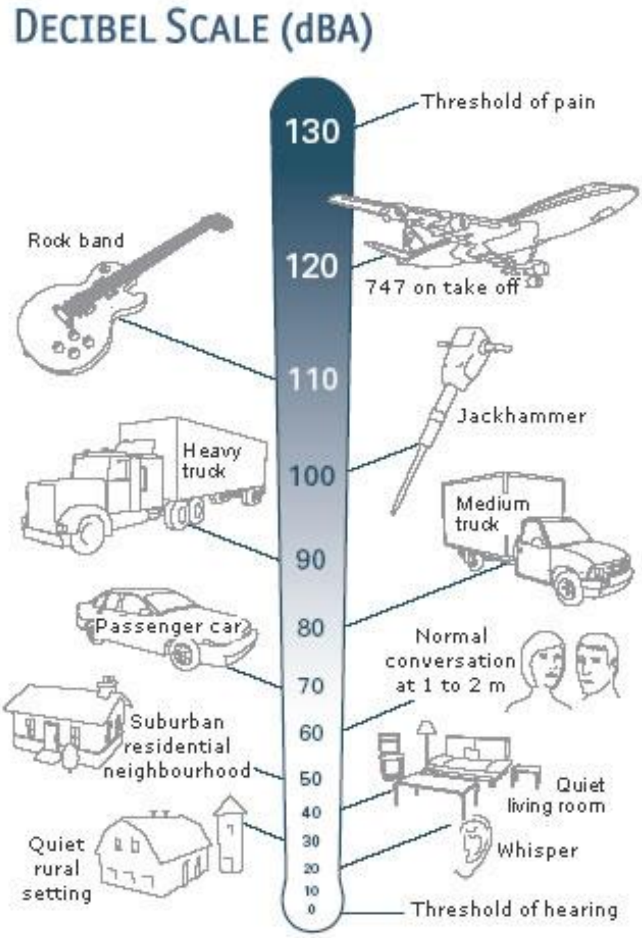
Ma, mentre i 4 livelli "di campo" precedenti si identificano in un unico valore numerico (almeno nel caso dell'onda piana e progressiva), il livello di potenza assume, in generale, un valore assai diverso, sovente molto maggiore!

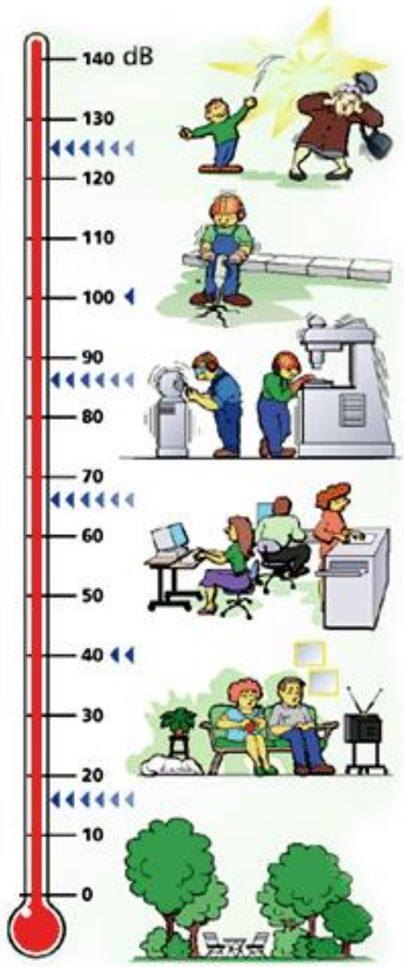
Sempre nel caso di onda piana e progressiva (pistone di area S all'estremità di un tubo), il legame fra livello di potenza e livello di intensità è:

- $L_W = L_I + 10 \log S/S_o = L_I + 10 \log S$ (dB)

Questa relazione, in realtà, è sempre vera, anche nel caso di altri tipi di onde, purché la superficie S considerata rappresenti l'intera superficie attraverso cui la potenza emessa fuoriesce dalla sorgente.

Le seguenti figure mostrano visivamente la corrispondenza fra dB e rumore


DECIBEL SCALE (dBA)
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Threshold of pain
747 on take off
Rock band
Jackhammer
Heavy truck
Medium truck
Passenger car
Normal conversation at 1 to 2 m
Suburban residential neighbourhood
Quiet living room
Quiet rural setting
Whisper
Threshold of hearing


140 dB
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0

Somma e differenza di livelli sonori in dB

Somma coerente

Prendiamo il caso di un tubo in cui poniamo alle estremità due altoparlanti e al centro un microfono collegato ad un trasduttore di segnale. Mettendo in funzione il primo altoparlante otteniamo dal trasduttore una certa forma d'onda (intensità in funzione del tempo). Accendendo il solo secondo altoparlante otteniamo un'onda uguale alla prima. Nei due casi ottengo i seguenti livelli:

$$L_1 = 10 \cdot \lg \frac{P_1^2}{P_0^2} [dB] \qquad L_2 = 10 \cdot \lg \frac{P_2^2}{P_0^2} [dB]$$

Se li metto in funzione contemporaneamente, facendo loro trasmettere lo stesso segnale perfettamente in fase, istante per istante le due pressioni sonore si sommano.

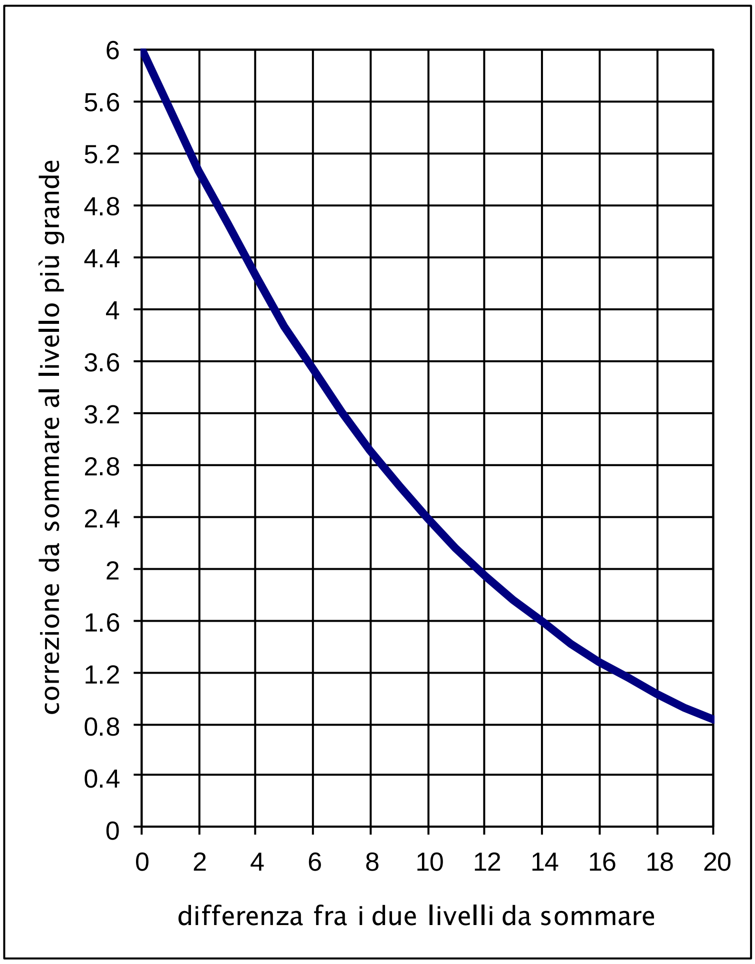
$$L_{TOT} = 10 \cdot \lg \frac{(P_1 + P_2)^2}{P_0^2} [dB]$$

Se $P_1 = P_2$

$$L_{TOT} = 10 \cdot \lg \frac{(2 \cdot P_1)^2}{P_0^2} [dB] = 10 \cdot \lg 4 + 10 \cdot \lg \frac{P_1^2}{P_0^2} [dB] = 6 + 10 \cdot \lg \frac{P_1^2}{P_0^2} [dB]$$

Per cui giungiamo al sorprendente risultato che $70dB + 70dB = 76dB$ oppure che $80dB + 80dB = 86dB$!!!

Se sommo 2 livelli non uguali devo invece fare riferimento alla prima formula del livello totale, oppure al seguente grafico:



correzione da sommare al livello più grande
6
5.6
5.2
4.8
4.4
4
3.6
3.2
2.8
2.4
2
1.6
1.2
0.8
0.4
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
differenza fra i due livelli da sommare

Somma incoerente

L'esempio che abbiamo visto non è però realistico, in quanto non posso ricevere due suoni assolutamente identici: a parte che solitamente i due suoni sono già diversi in partenza, comunque essi percorrono distanze diverse prima di giungere al microfono, per cui hanno fase tra di loro random: a volte si sommano raddoppiando effettivamente la pressione sonora, a volte s'annullano, a volte sono a fase intermedie.

Pertanto per calcolare il livello sonoro totale occorre fare un'ipotesi diversa, vale a dire sfruttando il principio di conservazione dell'energia: la densità d'energia sonora sarà uguale alla somma aritmetica delle due prese singolarmente.

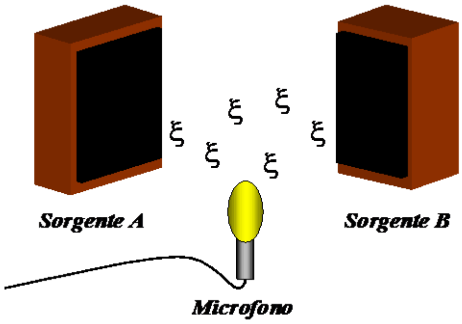


Figura 1: Somma incoerente

P^2 è normalmente proporzionale all'energia, perciò si può supporre $P_{TOT}^2 = P_1^2 + P_2^2$ e quindi:

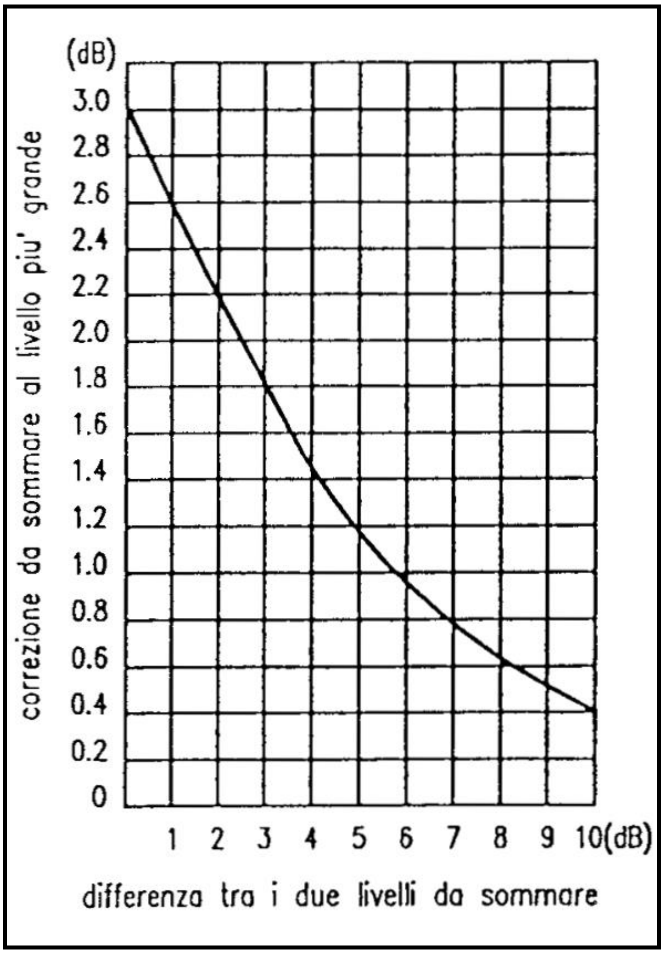
$$L_{TOT} = 10 \cdot \lg \frac{P_1^2 + P_2^2}{P_0^2}$$

Se $P_1 = P_2$

$$L_{TOT} = 10 \cdot \lg 2 + 10 \cdot \lg \frac{P_1^2}{P_0^2} [dB] = 3 + 10 \cdot \lg \frac{P_1^2}{P_0^2} [dB]$$

Per cui ad esempio $70dB + 70dB = 73dB$, oppure $80dB + 80dB = 83dB$. **<u>In linea di massima, per somma di due livelli intendiamo sempre somma incoerente</u>**.

Nel grafico qui sotto è indicato quanto dobbiamo sommare al livello del maggiore dei due segnali per ottenere il livello totale.



Infatti, grazie alle proprietà del logaritmo il valore da sommare dipende solo dalla differenza di livello tra i due segnali e non dal livello di partenza. Come si può notare, se viene sommato un livello inferiore di 10 dB rispetto al primo, questo rimane sostanzialmente invariato (+0,4) per cui solitamente si dice che $80dB + 70dB = 80dB$.

L'effetto pratico è che un fonografo non avverte nessuna differenza all'attivazione della sorgente più debole, quando invece il nostro orecchio se ne accorge: il suono è cioè trascurabile dal punto di vista del livello totale, ma è comunque udibile (sempre se non siamo in presenza del fenomeno di mascheramento).

Se dall'espressione di L_1 e L_2 ricavo P_1^2 e P_2^2

$$P_1^2 = P_0^2 \cdot 10^{L_1/10} \qquad \text{e} \qquad P_2^2 = P_0^2 \cdot 10^{L_2/10}$$

Sostituendo nell'espressione di L_{TOT} ottengo

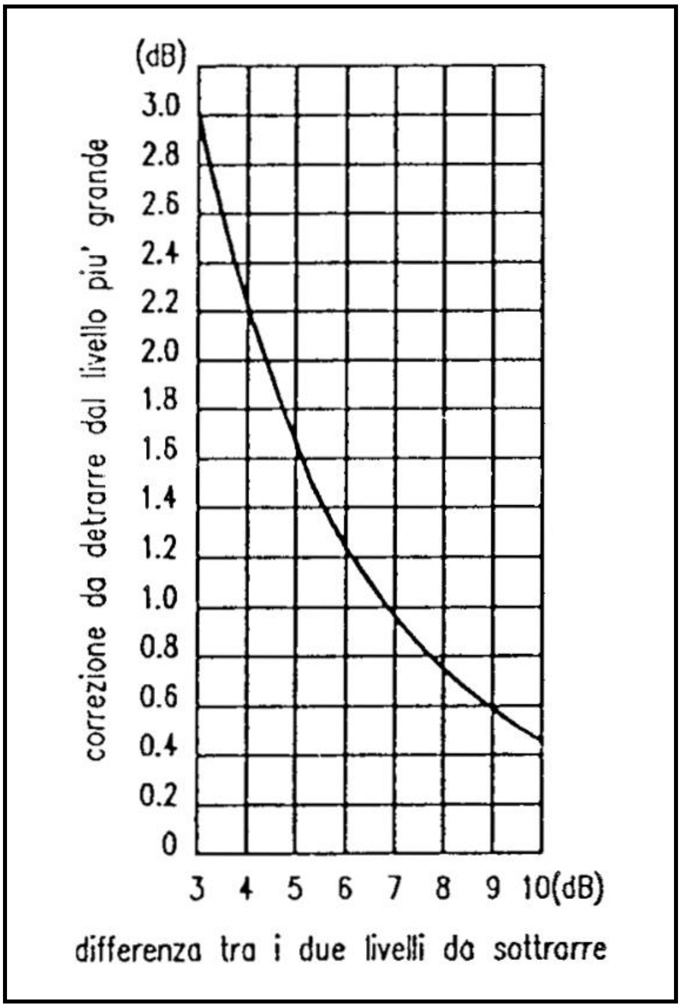
$$L_{TOT} = 10 \cdot \lg \frac{P_0^2 \cdot 10^{L_1/10} + P_0^2 \cdot 10^{L_2/10}}{P_0^2} = 10 \cdot \lg\left(10^{L_1/10} + 10^{L_2/10}\right)$$

Differenza di due livelli sonori

Si misura il rumore di una macchina in presenza di elevato rumore di fondo. Si misura il solo rumore di fondo senza la macchina in funzione, Infine per avere il solo rumore della macchina, si sottrae al livello sonoro misurato a macchina accesa il livello del rumore di fondo.

Esempio:
L_1 = 80 dB L_T = 85 dB L_2 = ?
$L_2 = 10 \log (10^{85/10} - 10^{80/10}) = 83.35$ dB

Si può anche usare il seguente grafico:



Esercizio di somma di livelli in bande di frequenza

Di un segnale sonoro mi vengono forniti i livelli delle componenti alle varie frequenze, ovvero mi viene dato lo spettro (questo concetto verrà meglio approfondito nelle prossime lezioni). I dati sono riportati nella tabella sottostante:

Frequenza	Livello in dB	Fattore di correzione	Livello in dB(A)
63	70	-26,2	43,8
125	80	-16,1	63,9
250	76	-8,6	67,4
500	68	-3,2	64,8
1000	63	0	63
2000	78	1,2	79,2

Mi viene richiesto il livello totale in dB ed in dB(A)

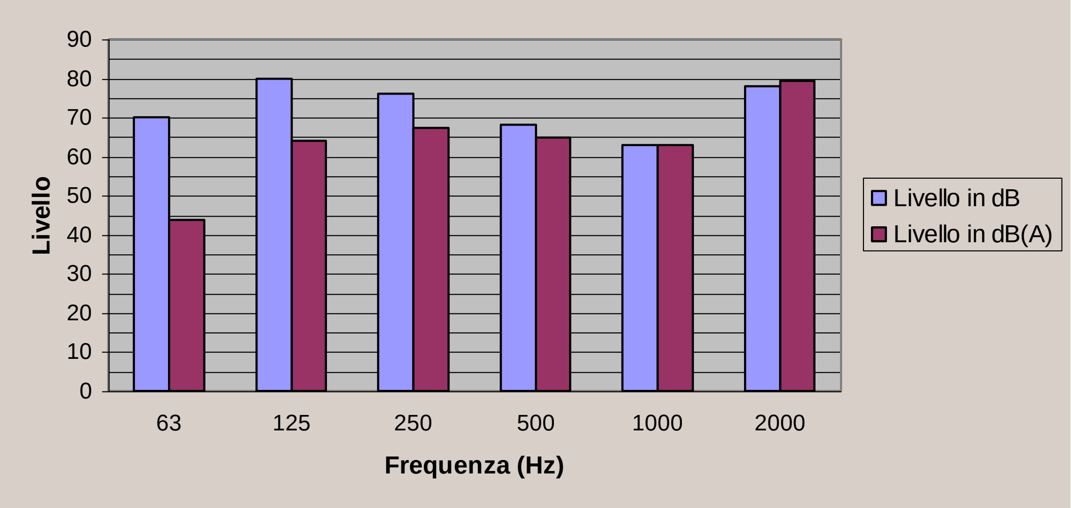
$$L_{TOT} = 10 \cdot \lg\left(10^{70/10} + 10^{80/10} + 10^{76/10} + 10^{68/10} + 10^{63/10} + 10^{78/10}\right) = 83{,}45 dB$$

Proviamo ora a calcolare il livello totale in dB(A): come si vede dalla tabella, è sufficiente applicare i fattori correttivi indicati precedentemente per ottenere i livelli in dB(A)

$$L_{TOT} = 10 \cdot \lg\begin{pmatrix} 10^{43,8/10} + 10^{63,9/10} + 10^{67,4/10} \\ +10^{64,8/10} + 10^{63/10} + 10^{79,2/10} \end{pmatrix} = 79{,}83 dB(A)$$

Occorre osservare che la seconda cifra decimale non ha alcun significato fisico in quanto la sensibilità dell'orecchio umano e di molti strumenti non arriva neanche al decimo di decibel.

Confrontando graficamente (con i tipici istogrammi) i valori in dB e in dB(A), mi accorgo che quello che a 125 Hz sembrava essere un picco, in verità è sovrastato dalla componente a 2000 Hz che è molto più udibile di essa.



Come si può vedere, tutte le componenti risultano essere trascurabili dal punto di vista del livello in dB(A) rispetto a quella a 2000 Hz.