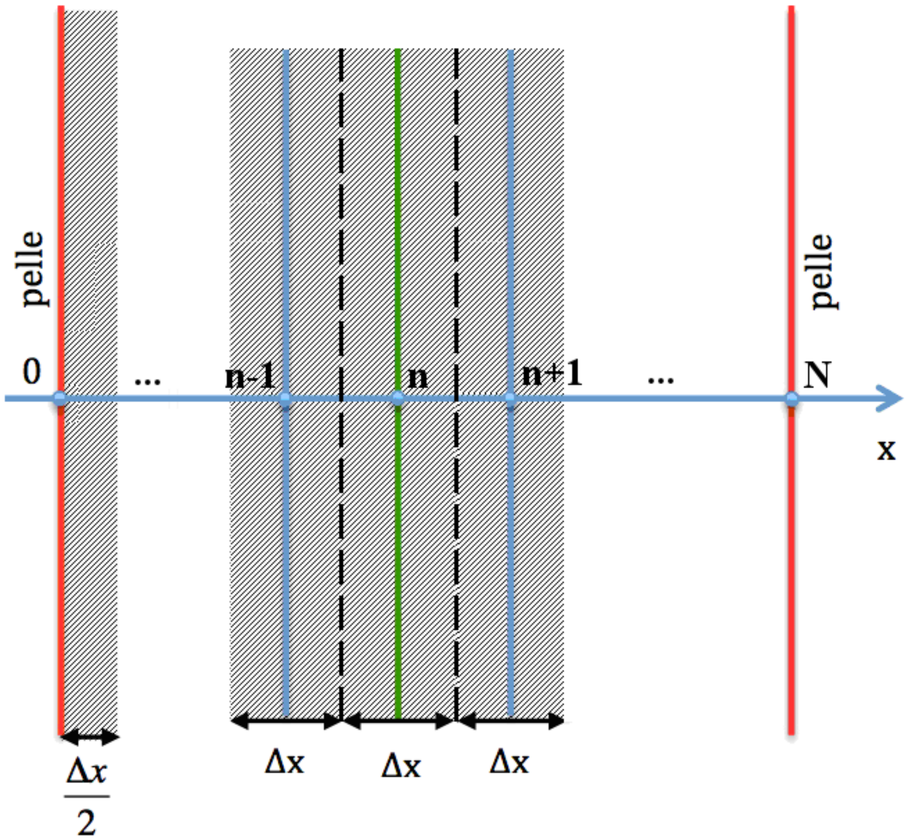
Matteo Righetto (matr. 222904) Piero Lopatriello (matr.223083)

Soluzione numerica dei transitori termici: le differenze finite

Immaginiamo di voler fornire calore a una lastra piana di un determinato spessore e superficie laterale pari a 1 m^2, che inizialmente si trova a T_0 in ogni punto. Suddividiamo (discretizziamo) lo spessore della lastra stessa negli N singoli strati che lo compongono.

Possiamo quindi immaginare di isolare il generico strato n, delimitato dai nodi n-1 e n+1.



Lo strato n riceverà calore dai due strati adiacenti: definendo con il passo Δx il campionamento spaziale che andiamo a condurre sullo spessore della lastra, vediamo che per ogni singolo nodo interno il calore scambiato con i nodi adiacenti si riferisce a una massa proporzionale a Δx, mentre il nodo della pelle godrà solo $\frac{1}{2}$ della massa di scambio:

- $M_n = \Delta x \cdot 1m^2 \cdot \rho$
- $M_0 = \frac{\Delta x}{2} \cdot 1m^2 \cdot \rho = M_N$

1) **METODO ESPLICITO**:

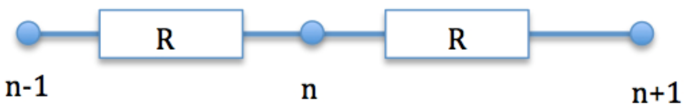
Eguagliamo ora lo scambio termico $\partial \dot{q}$ alla variazione di entalpia ∂h:

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \qquad (1)$$

possiamo tradurre l'uguaglianza in **forma finita** indicando non più degli infinitesimi di tempo, spazio e temperatura, ma delle grandezze finite: per questo il metodo prende il nome di "differenze finite", riferendosi a Δ ragionevolmente grandi.
Andiamo perciò a sostituire ∂x, ∂T e $\partial \tau$ con Δx, ΔT e $\Delta \tau$; l'equazione diventa:

$$\Delta \dot{Q} = \Delta H$$

- $\Delta \dot{Q}$



in cui $R = \frac{\Delta x}{\lambda}$

perciò, se

$$\dot{Q}_{n-1} = \frac{T(n-1,t) - T(n,t)}{R}$$

$$\dot{Q}_{n+1} = \frac{T(n,t) - T(n+1,t)}{R}$$

avremo che:

$$\Delta \dot{Q} = \frac{T(n-1,t) - T(n,t) - T(n,t) + T(n+1,t)}{R} \cdot \Delta \tau \qquad \text{, con } R = \frac{\Delta x}{\lambda} \qquad (2)$$

- ΔH

$$\Delta H = \Delta x \cdot \rho \cdot c_p \cdot [T(n,t+1) - T(n,t)]$$

Eguagliando i due termini evidenziati e distribuendo le variabili, possiamo ricavare la temperatura del nodo n al tempo t+1:

$$T(n,t+1)=T(n,t)\cdot[1-2\cdot K]+[T(n-1,t)+T(n+1,t)]\cdot K \qquad (3)$$

e così via: possiamo individuare le temperature del nodo in tutti i tempi successivi, semplicemente sapendo le temperature precedenti.
Questo discorso è valido unicamente per i nodi interni, cioè per n = 1, 2, …, N-1.

Se vogliamo sapere il comportamento della pelle, è necessario un ulteriore passaggio:

- n = 0

$$\dot{Q}_{0,sx}=h\cdot[T_{\infty}-T(0,t)]$$
$$\dot{Q}_{0,dx}=\frac{T(0,t)-T(1,t)}{\Delta x/\lambda}$$

perciò

$$h\cdot[T_{\infty}-T(0,t)]-\frac{T(0,t)-T(1,t)}{\Delta x/\lambda}=\frac{\Delta x}{2}\cdot\rho\cdot c_p\cdot[T(0,t+1)-T(0,t)]$$

incognita

isolando l'incognita:

$$T(0,t+1)=T(0,t)\cdot\left[1-\Delta\tau\left(\frac{2\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}+\frac{2h}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x}\right)\right]+\frac{2h\cdot\Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x}\cdot T_{\infty}+T(1,t)\cdot\frac{2\lambda\cdot\Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2} \qquad (4)$$

Nel caso in cui Biot sia molto elevato, si può ipotizzare che a tempo zero la temperatura di pelle sia uguale a quella del corpo, mentre non appena viene a contatto con il mezzo riscaldante si porta istantaneamente a T_{∞}.

Il metodo esplicito è così chiamato perché *esplicita* la temperatura nuova, conoscendo la precedente: è un metodo che stima il futuro guardando al presente.

Il **metodo implicito** invece stima il presente attingendo dal passato, in un procedimento più complesso; viene utilizzato perché il metodo esplicito implica un limite al passo temporale $\Delta\tau$ da adottare, una volta fissato il passo spaziale.

Analizziamo infatti la (3): il termine

$$\left[1-2\Delta\tau\cdot\frac{\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}\right]$$

deve essere necessariamente posto maggiore o al limite uguale a zero, in quanto se per assurdo così non fosse, il punto n, situato tra due punti più caldi, si raffredderebbe!!

Ponendolo uguale a zero si ricava il $\Delta\tau_{\lim}$:

$$\Delta\tau_{\lim} = \Delta x^2 \cdot \frac{\rho \cdot c_p}{2\lambda} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta x^2}{\alpha^2}$$

se ci poniamo in condizioni di $\Delta\tau_{\lim}$, la soluzione diventa immediata: la temperatura successiva del nodo sarà il valor medio delle temperature dei nodi circostanti. Il che non è molto realistico.

Perciò occorre definire un $\Delta\tau$ ottimale:

$$\Delta\tau_{opt} = \frac{2}{3} \cdot \Delta\tau_{\lim} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta x^2}{\alpha^2}$$

il passo temporale è più corto: il termine dell'equazione (3) non si annulla, e la nuova temperatura al tempo t+1 diviene:

$$T(n, t+1) = \frac{T(n-1, t) + T(n, t) + T(n+1, t)}{3}$$

Se pero' avevamo h finito, la formula per il Delta Tau Lim, valutata per il nodo sulla pelle, diventa:

$$\Delta\tau_{\lim} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta x^2}{a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h \cdot \Delta x}{\lambda}}$$

TRANSITORIO TERMICO LASTRA PIANA

spessore	L=	0,12	m		
diffusività	a=	0,023	m^2/h	6,389E-06	m^2/s
T iniziale	T0=	38	°C		
T infinito	Tinf=	260	°C	(olio bollente)	
delta x	Δx=	0,015	m		

calcolo il transitorio termico per i primi 3 minuti

1) T pelle = 260°C = T inf perché stiamo ipotizzando che si porti alla temperatura esterna, causa h=∞

1.1) METODO ESPLICITO (h=+∞), Δτ limite

2) con Tau limite la risoluzione della tabella delle temperature avviene risolvendo la semplice **media aritmetica tra le temperature dei nodi adiacenti al tempo precedente**.

Δτ limite 17,6087

	x	0	0,15	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9	1,05	1,2
	n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
τ	**t**									
0	*0*	260	38	38	38	38	38	38	38	260
18	*1*	260	149,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	149,0	260
					38,0					
35	*2*	260	149,0	93,5		38,0	38,0	93,5	149,0	260
53	*3*	260	176,8	93,5	65,8	38,0	65,8	93,5	176,8	260
70	*4*	260	176,8	121,3	65,8	65,8	65,8	121,3	176,8	260
88	*5*	260	190,6	121,3	93,5	65,8	93,5	121,3	190,6	260
106	*6*	260	190,6	142,1	93,5	93,5	93,5	142,1	190,6	260
123	*7*	260	201,0	142,1	117,8	93,5	117,8	142,1	201,0	260
141	*8*	260	201,0	159,4	117,8	117,8	117,8	159,4	201,0	260
158	*9*	260	209,7	159,4	138,6	117,8	138,6	159,4	209,7	260
176	*10*	260	209,7	174,1	138,6	138,6	138,6	174,1	209,7	260
…………	………									

1.2) METODO ESPLICITO (h=+∞), Δτ ottimo

Δτ ottimo 11,73913

con Δτ ottimo la risoluzione della tabella delle temperature avviene risolvendo la semplice **media aritmetica tra le temperature dei nodi adiacenti E DEL NODO STESSO al tempo precedente**.

	x	0	0,15	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9	1,05	1,2
	n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
τ	**t**									
0	*0*	260	38	38	38	38	38	38	38	260
12	*1*	260	112,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	112,0	260
23	*2*	260	136,7	62,7	38,0	38,0	38,0	62,7	136,7	260
35	*3*	260	153,1	79,1	46,2	38,0	46,2	79,1	153,1	260
47	*4*	260	164,1	92,8	54,4	43,5	54,4	92,8	164,1	260
59	*5*	260	172,3	103,8	63,6	50,8	63,6	103,8	172,3	260
70	*6*	260	178,7	113,2	72,7	59,3	72,7	113,2	178,7	260
82	*7*	260	184,0	121,5	81,8	68,2	81,8	121,5	184,0	260
94	*8*	260	188,5	129,1	90,5	77,3	90,5	129,1	188,5	260
106	*9*	260	192,5	136,0	99,0	86,1	99,0	136,0	192,5	260
117	*10*	260	196,2	142,5	107,0	94,7	107,0	142,5	196,2	260
129	*11*	260	199,6	148,6	114,7	102,9	114,7	148,6	199,6	260
141	*12*	260	202,7	154,3	122,1	110,8	122,1	154,3	202,7	260
…………	……………									

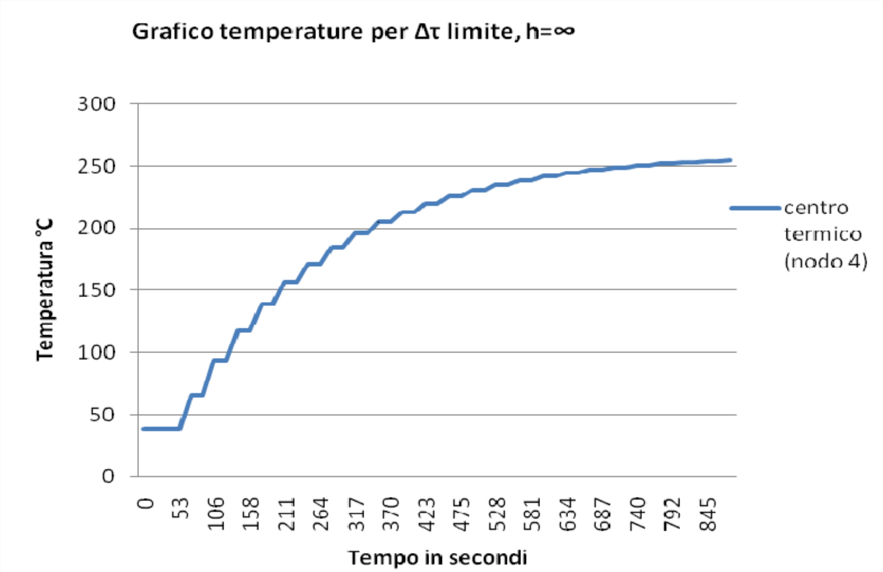


Grafico temperature per Δτ limite, h=∞
300
250
200
150
100
50
0
Temperatura °C
0
53
106
158
211
264
317
370
423
475
528
581
634
687
740
792
845
Tempo in secondi
centro termico (nodo 4)

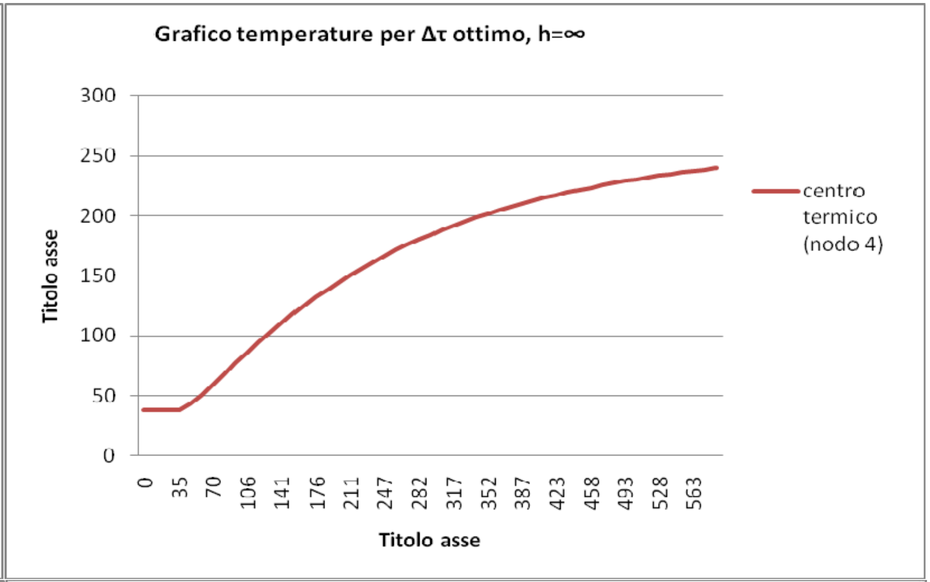
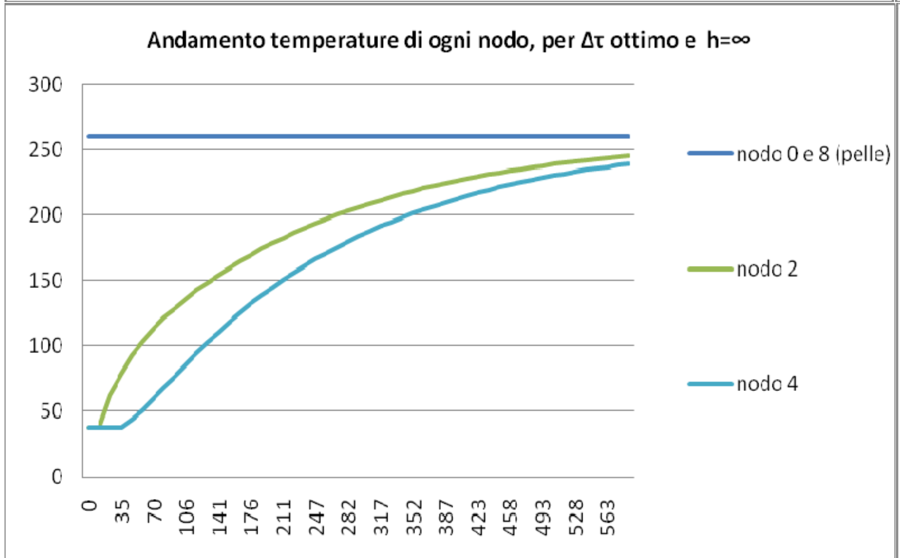
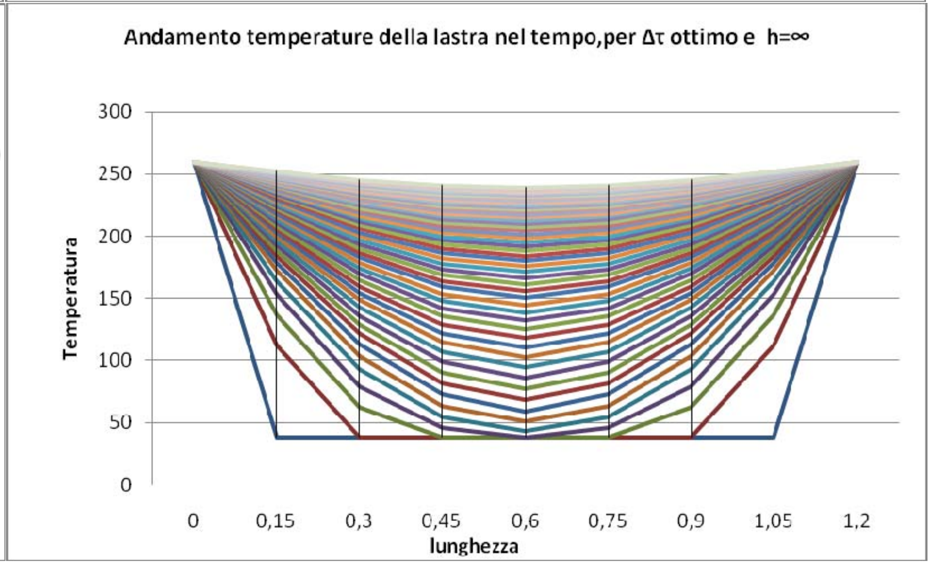


Grafico temperature per Δτ ottimo, h=∞
300
250
200
150
100
50
0
Titolo asse
0
35
70
106
141
176
211
247
282
317
352
387
423
458
493
528
563
Titolo asse
centro termico (nodo 4)



Andamento temperature di ogni nodo, per Δτ ottimo e h=∞
300
250
200
150
100
50
0
0
35
70
106
141
176
211
247
282
317
352
387
423
458
493
528
563
nodo 0 e 8 (pelle)
nodo 2
nodo 4



Andamento temperature della lastra nel tempo,per Δτ ottimo e h=∞
300
250
200
150
100
50
0
Temperatura
0
0,15
0,3
0,45
0,6
0,75
0,9
1,05
1,2
lunghezza

1.3) METODO ESPLICITO (h=80 W/m²K), Δτ arbitrario

1) T pelle ≠ 260°C = T inf perché stiamo ipotizzando che il coefficiente di convezione, finito, influisca sulla temperatura della pelle che necessita di un certo tempo, non più istantaneo per raggiungere T inf.

h=	80	W/m²K
λ=	1	W/mK
Δx=	0,015	m

2) non essendo Δτ limite ' molto maggiore a Δτ ottimo = 11,73 possiamo utilizzare Δτ ottimo facendo attenzione che i dati non assumano un andamento troppo smorzato, seppur questo smorzamento non sia evitabile data la scelta arbitraria di un Δτ > Δτ limite, non viene evidenziato alcuno smorzamento invece nel caso in cui Δτ < Δτ limite, come mostrato nei grafici successivi

3) con Δτ scelto arbitrariamente la risoluzione delle temperature intermedie viene fatta con la formula:

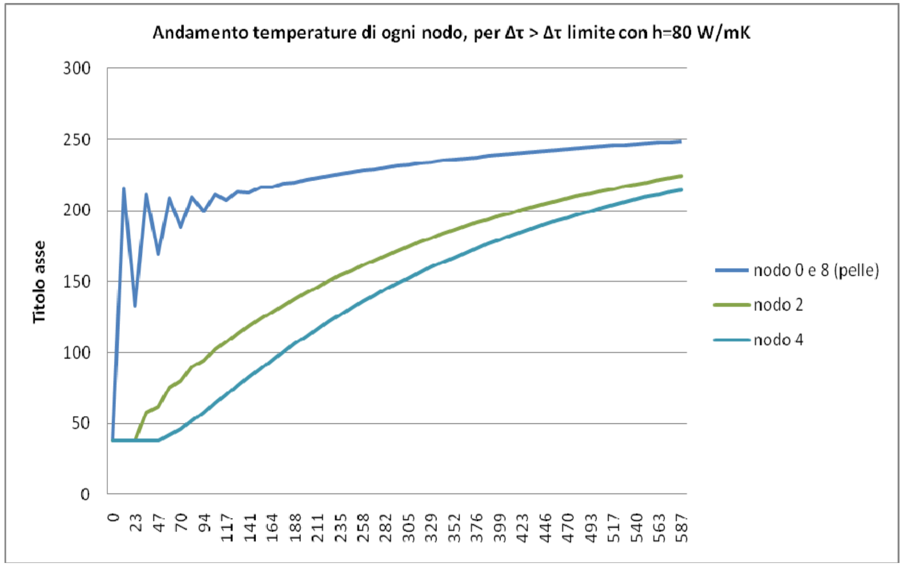
$$T(n,t+1)=T(n,t)\cdot\left[1-2\cdot\frac{\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}\right]+\left[T(n-1,t)+T(n+1,t)\right]\cdot\frac{\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}$$

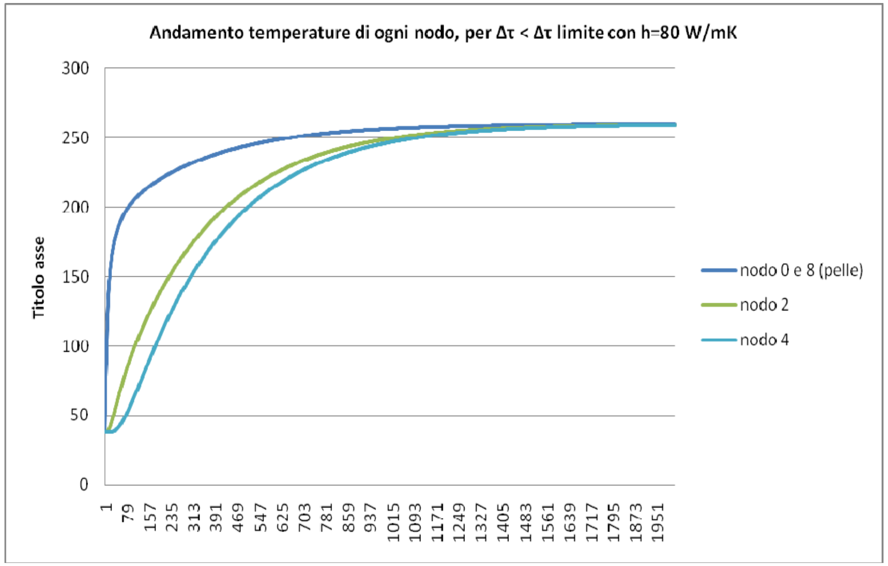
Δτ limite '	8,003953
Δτ ottimo	11,73913

	x	0	0,15	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9	1,05	1,2
	n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
τ	t									
0	*0*	38	38	38	38	38	38	38	38	38
12	*1*	215,6	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	215,6
23	*2*	132,7	97,2	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	97,2	132,7
35	*3*	210,9	89,3	57,7	38,0	38,0	38,0	57,7	89,3	210,9
47	*4*	169,1	119,3	61,7	44,6	38,0	44,6	61,7	119,3	169,1
59	*5*	208,6	116,7	75,2	48,1	42,4	48,1	75,2	116,7	208,6
70	*6*	188,5	133,5	80,0	55,2	46,2	55,2	80,0	133,5	188,5
82	*7*	209,1	134,0	89,6	60,5	52,2	60,5	89,6	134,0	209,1
94	*8*	199,8	144,2	94,7	67,4	57,7	67,4	94,7	144,2	199,8
106	*9*	210,9	146,2	102,1	73,3	64,2	73,3	102,1	146,2	210,9
117	*10*	207,0	153,1	107,2	79,8	70,2	79,8	107,2	153,1	207,0
…………	……………									

Δτ limite '	8,003953
Δτ scelto	1

	x	0	0,15	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9	1,05	1,2
	n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
τ	t									
0	*0*	38	38	38	38	38	38	38	38	38
1	*1*	53,1	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	53,1
2	*2*	66,4	38,4	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,4	66,4
3	*3*	78,0	39,2	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	39,2	78,0
4	*4*	88,2	40,3	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	40,3	88,2
5	*5*	97,2	41,6	38,1	38,0	38,0	38,0	38,1	41,6	97,2
6	*6*	105,1	43,1	38,2	38,0	38,0	38,0	38,2	43,1	105,1
7	*7*	112,1	44,7	38,3	38,0	38,0	38,0	38,3	44,7	112,1
8	*8*	118,4	46,4	38,5	38,0	38,0	38,0	38,5	46,4	118,4





2) **METODO IMPLICITO**:

$$T(n,t)\cdot\left[1+2\Delta\tau\cdot\frac{\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}\right]=T(n,t-1)+\left[T(n-1,t)+T(n+1,t)\right]\cdot\frac{\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}$$

o, meglio:

$$-T(n-1,t)\cdot\frac{\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}+T(n,t)\cdot\left[1+\frac{2\cdot\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}\right]-T(n+1,t)\cdot\frac{\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}=T(n,t-1) \qquad (5)$$

in cui $T(n,t-1)$, cioe' il secondo membro, e' l'unica che conosco (termine noto): ho così tre incognite in una sola equazione.
Questa equazione posso pero' riscriverla per gli N-1 nodi interni, con n = 1, 2, ..., N-1, attraverso una scrittura matriciale:

$$\{T(n,t)\}\times[C]=\{T(n,t-1)\}$$

in cui $[C]$ è la matrice dei coefficienti. Possiamo riscrivere l'equazione in modo da isolare il vettore delle incognite, moltiplicando entrambi i membri per la matrice inversa dei coefficienti:

$$\{T(n,t)\}=\{T(n,t-1)\}\times\left[C^{-1}\right]$$

Costruiamo quindi la matrice $[C]$, a partire <u>dall'equazione (5)</u>:
chiameremo con **K** il termine $\left[\dfrac{\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}\right]$;
lungo la diagonale avremo il termine sotto indicato, che chiameremo **D**:

$$D=\left[1+\frac{2\cdot\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}\right]=[1+2\cdot K]$$

mentre i termini subito a sinistra ed a destra di quello lungo la diagonale valgono –K .

Avremo così una matrice C, di dimensioni [N+1]x[N+1], fatta in questo modo:

$$[C]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K & D & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K & D & -K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K & D & -K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K & D & -K \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nell'ipotesi in cui $h \to \infty$, ai vertici (i pallini azzurri) il coefficiente sarà 1, in quanto la pelle salterà subito a T_∞.

Quando invece h è un numero finito, nella prima riga della matrice C avremo:

$$T(0,t)\cdot\underbrace{\left[1+\left(h_c+\frac{\lambda}{\Delta x}\right)\frac{2\cdot\Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x}\right]}_{B}+T(1,t)\cdot\underbrace{\left[-\frac{2\cdot\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}\right]}_{-2K}=T(0,t-1)+\underbrace{T_\infty\cdot\left(h\cdot\frac{2\cdot\Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x}\right)}_{A}$$

B=$1+\left[\left(h_c+\frac{\lambda}{\Delta x}\right)\frac{2\cdot\Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x}\right]$

A=$T_\infty\cdot\left(h\cdot\frac{2\cdot\Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x}\right)$

I coeeficiente B e -2K sono rispettivamente il primo e secondo termine della prima riga della matrice C.

$$[C]=\begin{bmatrix} B & -2K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K & D & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K & D & -K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K & D & -K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K & D & -K \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2K & B \end{bmatrix}$$

L'ultimo termine, invece, che possiamo chiamare **A** per brevità, va aggiunto solamente ai coefficienti che moltiplicano i nodi della pelle: per questo sarà necessario definire un vettore T da sommare prima che si faccia il prodotto tra matrici, per cui:

$$T=\begin{Bmatrix} A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ A \end{Bmatrix}$$

e così avere:

$$\left\{T(n,t)\right\}=\left[T(n,t-1)+\left\{T\right\}\right]\times\left[C^{-1}\right]$$

Il modo migliore per fissare le idee è metterle in pratica in un’applicazione su Excel, in cui vedremo anche il caso in cui h sia un numero finito.

2.1) METODO IMPLICITO (h=∞)

T(0,0)=Tinfinito= **260 °C**

$$D=1+\frac{2\cdot\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}=1+\frac{2\cdot\Delta\tau\cdot a}{\Delta x^2}=1+\frac{2\cdot 10\cdot 6{,}389\cdot 10^{-6}}{0{,}15^2}=1{,}5679$$

Δτ=	10	s
D=	1,5679	
K=	0,2840	

$$K=\frac{\Delta\tau\cdot\lambda}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x^2}=\frac{\Delta\tau\cdot a}{\Delta x^2}=0{,}2840$$

Data l'ipotesi del coefficiente di convezione infinito, il vettore delle temperature dei nodi è calcolabile facendo una convoluzione tra la matrice dei coefficienti C, inversa e il vettore delle temperature al tempo precedente:

$$\boxed{\{T(n,t+1)\}=\{T(n,t)\}\times[C^{-1}]}$$

Matrice dei coefficienti [C]

n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
0	***1***	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0,2840	1,5679	-0,2840	0	0	0	0	0	0
2	0	-0,2840	1,5679	-0,2840	0	0	0	0	0
3	0	0	-0,2840	1,5679	-0,2840	0	0	0	0
4	0	0	0	-0,2840	1,5679	-0,2840	0	0	0
5	0	0	0	0	-0,2840	1,5679	-0,2840	0	0
6	0	0	0	0	0	-0,2840	1,5679	-0,2840	0
7	0	0	0	0	0	0	-0,2840	1,5679	-0,2840
8	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***

1 perché stiamo ipotizzando che h=+∞ e quindi istantaneamente T pelle = T inf al tempo 0

Matrice dei coefficienti INVERSA

n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
0	***1***	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,18747	0,66021	0,12377	0,02320	0,00435	0,00082	0,00015	0,00003	0,00001
2	0,03514	0,12377	0,68341	0,12812	0,02402	0,00450	0,00084	0,00015	0,00004
3	0,00659	0,02320	0,12812	0,68423	0,12827	0,02405	0,00450	0,00082	0,00023
4	0,00124	0,00435	0,02402	0,12827	0,68426	0,12827	0,02402	0,00435	0,00124
5	0,00023	0,00082	0,00450	0,02405	0,12827	0,68423	0,12812	0,02320	0,00659
6	0,00004	0,00015	0,00084	0,00450	0,02402	0,12812	0,68341	0,12377	0,03514
7	0,00001	0,00003	0,00015	0,00082	0,00435	0,02320	0,12377	0,66021	0,18747
8	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***

Tabella delle temperature

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n													
0	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260
1	38	80	108	128	143	155	163	171	177	182	186	190	194
2	38	46	57	68	79	89	98	107	114	121	128	134	140
3	38	40	43	47	53	59	66	72	79	86	93	99	106
4	38	39	40	43	46	51	56	62	68	75	81	88	94
5	38	40	43	47	53	59	66	72	79	86	93	99	106
6	38	46	57	68	79	89	98	107	114	121	128	134	140
7	38	80	108	128	143	155	163	171	177	182	186	190	194
8	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260

2.1) METODO IMPLICITO (h=100 W/m²K)

h=	100	W/m²K
Δτ=	60	s
λ=	1	W/mK
Δx=	0,015	m

D=	4,4074
K=	1,7037

Data l'ipotesi del coefficiente di convezione finito, il vettore delle temperature dei nodi è calcolabile facendo una convoluzione tra la matrice dei coefficienti C inversa e il vettore delle temperature al tempo precedente addizionato ad un opportuno vettore correttivo che tenga conto della convezione:

$$\{T(n,t)\} = \left[\{T(n,t-1)\} + \{T\}\right] \times [C^{-1}]$$

$$1+\left(h+\frac{\lambda}{\Delta x}\right)\frac{2\cdot\Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot\Delta x}$$

Matrice dei coefficienti [C]

n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
0	***9,518519***	-3,40741	0	0	0	0	0	0	0
1	-1,7037	4,4074	-1,7037	0	0	0	0	0	0
2	0	-1,7037	4,4074	-1,7037	0	0	0	0	0
3	0	0	-1,7037	4,4074	-1,7037	0	0	0	0
4	0	0	0	-1,7037	4,4074	-1,7037	0	0	0
5	0	0	0	0	-1,7037	4,4074	-1,7037	0	0
6	0	0	0	0	0	-1,7037	4,4074	-1,7037	0
7	0	0	0	0	0	0	-1,7037	4,4074	-1,7037
8	0	0	0	0	0	0	0	-3,407407	***9,518519***

Vettore correttivo
T

$$\frac{2\cdot h\cdot \Delta\tau}{\rho\cdot c_p\cdot \Delta x}\cdot T_\infty$$

1329
0
0
0
0
0
0
0
1329

Matrice dei coefficienti INVERSA

n	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
0	***0,126476***	0,119660998	0,056605	0,026774	0,012659	0,005973	0,002793	0,001253	0,000224
1	0,05983	0,33427	0,15813	0,07479	0,03536	0,01669	0,00780	0,00350	0,00063
2	0,02830	0,15813	0,35246	0,16671	0,07882	0,03719	0,01739	0,00780	0,00140
3	0,01339	0,07479	0,16671	0,35649	0,16854	0,07953	0,03719	0,01669	0,00299
4	0,00633	0,03536	0,07882	0,16854	0,35719	0,16854	0,07882	0,03536	0,00633
5	0,00299	0,01669	0,03719	0,07953	0,16854	0,35649	0,16671	0,07479	0,01339
6	0,00140	0,00780	0,01739	0,03719	0,07882	0,16671	0,35246	0,15813	0,02830
7	0,00063	0,00350	0,00780	0,01669	0,03536	0,07479	0,15813	0,33427	0,05983
8	0,000224	0,001253183	0,002793	0,005973	0,012659	0,026774	0,056605	0,119661	***0,126476***

Tabella delle temperature

	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
n												
0	38	182	211	223	230	235	239	243	245	248	250	251
1	38	107	146	170	187	199	209	218	224	230	235	239
2	38	72	105	132	153	171	185	197	208	216	223	229
3	38	57	83	109	132	153	170	184	197	207	215	223
4	38	52	76	101	125	146	165	180	193	204	213	220
5	38	57	83	109	132	153	170	184	197	207	215	223
6	38	72	105	132	153	171	185	197	208	216	223	229
7	38	107	146	170	187	199	209	218	224	230	235	239
8	38	182	211	223	230	235	239	243	245	248	250	251